



گزینه ۴

۱

$$5x^6 - 3x^2 + ax - 1 = (x + 1)Q(x) + R$$

چون مجموع ضرایب $Q(x)$ برابر ۷ است پس $Q(1) = 7$ در نتیجه:

$$x = 1 \Rightarrow 5 - 3 + a - 1 = 2 \times 7 + R \Rightarrow a = 13 + R \quad (1)$$

$$x = -1 \Rightarrow 5 - 3 - a - 1 = 0 + R \Rightarrow 1 - a = R \quad (2)$$

از (۱) و (۲) نتیجه می‌شود:

$$a = 7$$

قلمچی ریاضی و فیزیک چهارم آزمون شماره ۴ ۱۳۹۴

گزینه ۳

۲

$$x \rightarrow (-1)^- \Rightarrow x < -1 \Rightarrow x^2 > 1 \Rightarrow x^2 - 1 > 0$$

$$\lim_{x \rightarrow (-1)^-} \frac{|x^2 - 1|}{x + \sqrt{x + 2}} = \lim_{x \rightarrow (-1)^-} \frac{x^2 - 1}{x + \sqrt{x + 2}} \times \frac{x - \sqrt{x + 2}}{x - \sqrt{x + 2}}$$

$$= \lim_{x \rightarrow (-1)^-} \frac{(x^2 - 1)(-2)}{x^2 - x - 2} = \lim_{x \rightarrow (-1)^-} \frac{(x - 1)(x + 1)(-2)}{(x + 1)(x - 2)} = -\frac{4}{3}$$

قلمچی ریاضی و فیزیک چهارم آزمون شماره ۵ ۱۳۹۴

راه حل اول:

باتوجه به اتحاد $(a - b)(a^p + a^p b + ab^p + b^p) = a^p - b^p$ داریم:

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)^p (\sqrt[p]{x} + 1)(\sqrt[p]{x^p} + \sqrt[p]{x^p} + \sqrt[p]{x} + 1)}{(\sqrt[p]{x} - 1)(\sqrt[p]{x} + 1)(\sqrt[p]{x} - 1)(\sqrt[p]{x^p} + \sqrt[p]{x^p} + \sqrt[p]{x} + 1)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)^p (p)(p)}{(x-1)(x-1)} = 1$$

راه حل دوم:

از تغییر متغیر استفاده می‌کنیم:

$$\begin{pmatrix} t = \sqrt[p]{x} \Rightarrow x = t^p \\ (x \rightarrow 1) \Rightarrow (t \rightarrow 1) \end{pmatrix}$$

$$\lim_{t \rightarrow 1} \frac{(t^p - 1)^p}{(t^p - 1)(t - 1)} = \lim_{t \rightarrow 1} \frac{(t^p - 1)^p (t^p + 1)^p}{(t^p - 1)(t - 1)} = \lim_{t \rightarrow 1} \frac{(t^p - 1)(p^p)}{t - 1} = \lim_{t \rightarrow 1} \frac{p(t - 1)(t + 1)}{t - 1} = 1$$

قلمچی ریاضی و فیزیک چهارم آزمون شماره ۱۳۹۵ ۷

وقتی $x \rightarrow 0$ ، مخرج کسر به سمت صفر میل می‌کند و ازطرفی حاصل حد هم برابر با ۳ است، پس می‌بایست در همسایگی صفر، صورت کسر هم صفر شود تا پس از رفع ابهام حاصل حد برابر با ۳ شود.

$$\sqrt[p]{(0)^p + k(0) + b - 1} = 0 \Rightarrow \sqrt[p]{b} - 1 = 0 \Rightarrow b = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\sqrt[p]{x^p + kx + 1} - 1}{x} \times \frac{\sqrt[p]{x^p + kx + 1} + 1}{\sqrt[p]{x^p + kx + 1} + 1} \right) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^p + kx + 1 - 1}{x(\sqrt[p]{x^p + kx + 1} + 1)} = 3$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x(x + k)}{x(\sqrt[p]{0 + 0 + 1} + 1)} = 3$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x + k}{p} = 3 \Rightarrow \frac{k}{p} = 3 \Rightarrow k = 6$$

قلمچی ریاضی و فیزیک چهارم آزمون شماره ۱۳۹۵ ۷

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x + p}{x^p + ax + b} = +\infty$$

چون حد صورت برابر ۳ است، برای اینکه حاصل حد $+\infty$ باشد، باید $x = 1$ ریشه مضاعف مخرج باشد.

$$\Rightarrow x^p + ax + b = (x - 1)^p$$

$$x^p + ax + b = x^p - px + 1 \Rightarrow a = -p, \quad b = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow p} \frac{x^p - px - p}{x^p - px} = \lim_{x \rightarrow p} \frac{(x - p)(x^p + px + 1)}{x(x - p)} = \lim_{x \rightarrow p} \frac{(x + 1)^p}{x} = \frac{9}{p}$$

قلمچی ریاضی و فیزیک چهارم آزمون شماره ۱۳۹۶ ۷

$$x - 2 = 0 \Rightarrow x = 2 \Rightarrow 2^3 + 2 \times (2)^2 - a \times 2 - 6 = 0$$

$$\Rightarrow 2a = 10 \Rightarrow a = 5$$

$$\Rightarrow x^3 + 2x^2 - 5x - 6 = (x - 2)(x^2 + 4x + 3) = (x - 2)(x + 1)(x + 3)$$

قلمچی ریاضی و فیزیک چهارم آزمون شماره ۸ ۱۳۹۴

$$x - 1 = 0 \Rightarrow x = 1 \Rightarrow f(2 \times 1) = f(2) = 0$$

$$x - 2 = 0 \Rightarrow x = 2 \Rightarrow g(2) = 3$$

$$x - 1 = 0 \Rightarrow x = 1 : y = f'(x + 1) - 2g(2x)$$

$$\Rightarrow y = f'(1 + 1) - 2g(2 \times 1) = f'(2) - 2g(2) = (0)^2 - 2(3) = -6$$

قلمچی ریاضی و فیزیک چهارم آزمون شماره ۸ ۱۳۹۴

$$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{2x+1} - 3}{\sqrt{x} - 2} = \lim_{x \rightarrow 4} \frac{(\sqrt{2x+1} - 3)(\sqrt{2x+1} + 3)(\sqrt{x} + 2)}{(\sqrt{x} - 2)(\sqrt{x} + 2)(\sqrt{2x+1} + 3)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 4} \frac{2(x - 4)(\sqrt{x} + 2)}{(x - 4)(\sqrt{2x+1} + 3)} = \frac{4}{3}$$

قلمچی علوم تجربی چهارم آزمون شماره ۹ ۱۳۹۵

وقتی $x \rightarrow 1$ ، صورت کسر صفر می‌شود، پس مخرج نیز باید صفر شود تا حالت مبهم $\frac{0}{0}$ ایجاد نشده و بعد از رفع ابهام به عدد ۲ برسیم، پس $x = 1$ باید ریشه مخرج باشد:

$$a(1)^2 + 2(1) + b = 0 \Rightarrow a + 2 + b = 0 \Rightarrow b = -a - 2 \quad (1)$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 3x + 2}{ax^2 + 2x + b} \xrightarrow{(1)} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 3x + 2}{ax^2 + 2x - a - 2} = 2$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x - 1)(x - 2)}{a(x - 1)(x + 1) + 2(x - 1)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x - 1)(x - 2)}{(x - 1)(a(x + 1) + 2)} = 2$$

$$\Rightarrow \frac{-1}{2a + 2} = 2 \Rightarrow a = \frac{-5}{4}, b = \frac{-3}{4} \Rightarrow a - b = \frac{-5}{4} + \frac{3}{4} = -\frac{1}{2}$$

قلمچی علوم تجربی چهارم آزمون شماره ۹ ۱۳۹۵

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}^-} f\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$$

بنابراین:

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}^-} \frac{[x] - 1}{1 - \tan x}$$

در سمت چپ $x = \frac{\pi}{4}$ داریم:

$$x \rightarrow \frac{\pi}{4}^- : \begin{cases} \text{بین } 0^\circ \text{ و } 1^\circ \\ [x] = \left[\frac{\pi}{4}\right] = 0 \\ \tan x \rightarrow 1^- \end{cases}$$

بنابراین:

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}^-} f(x) = \frac{0 - 1}{1 - 1^-} = \frac{-1}{0^+} = -\infty$$

قلمچی علوم تجربی چهارم آزمون شماره ۹ ۱۳۹۵

$$f(x-1) = (x-9)Q(x)$$

با تبدیل $x-1 = u$ ، داریم:

$$f(u) = (u-8)Q(u+1)$$

حال با تبدیل $u = y^3$ ، داریم:

$$f(y^3) = (y^3-8)Q(y^3+1) \Rightarrow f(y^3) = (y-2)(y^2+2y+4)Q(y^3+1)$$

بنابراین $f(y^3)$ همواره بر $y-2$ بخش پذیر است.

قلمچی ریاضی و فیزیک سوم آزمون شماره ۱ ۱۳۹۶

باتوجه به اینکه مخرج کسر وقتی $x \rightarrow 2$ ، به صفر میل می کند، باید صورت کسر هم دارای حد صفر باشد در غیر این صورت L متناهی نمی شود:

$$2^2 + 2^{a-2} - 6 = 0 \Rightarrow 2^{a-2} = 2 \Rightarrow a-2 = 1 \Rightarrow a = 3$$

به ازای $a = 3$ خواهیم داشت:

$$L = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2^x + 2^3 \times 2^{-x} - 6}{2^2 \times 2^{-x} + 2^x - 5} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2^x + \frac{8}{2^x} - 6}{\frac{4}{2^x} + 2^x - 5} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(2^x)^2 - 6(2^x) + 8}{(2^x)^2 - 5(2^x) + 4}$$

به کمک تغییر متغیر $t = 2^x$ ، حاصل حد را به صورت ساده تر می نویسیم:

$$L = \lim_{t \rightarrow 4} \frac{t^2 - 6t + 8}{t^2 - 5t + 4} = \lim_{t \rightarrow 4} \frac{(t-4)(t-2)}{(t-4)(t-1)} = \frac{4-2}{4-1} = \frac{2}{3}$$

قلمچی ریاضی و فیزیک چهارم آزمون شماره ۶ ۱۳۹۴

می‌دانیم $\log_x^y = \frac{1}{\log_y^x}$ پس:

$$\log_y^x - \frac{1}{\log_y^x} = \frac{(\log_y^x)^y - 1}{\log_y^x} = \frac{(\log_y^x - 1)(\log_y^x + 1)}{\log_y^x}$$

ازطرفی:

$$x > 0 : \log_y^{\left(\frac{x}{y}\right)^y} = y \log_y^{\frac{|x|}{y}} = y(\log_y^x - \log_y^y) = y(\log_y^x - 1)$$

داریم:

$$\lim_{x \rightarrow y} \frac{\log_y^x - \log_y^y}{\log_y^{\left(\frac{x}{y}\right)^y}} = \lim_{x \rightarrow y} \frac{(\log_y^x - 1)(\log_y^x + 1)}{y(\log_y^x - 1) \times \log_y^x} = \lim_{x \rightarrow y} \frac{\log_y^x + 1}{y \log_y^x} = \frac{1 + 1}{y \times 1} = 1$$

قلمچی ریاضی و فیزیک چهارم آزمون شماره ۶ ۱۳۹۴

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\sqrt{1 - \sqrt{1 - x^y}}}{x^y + yx + 1 - (x^y - yx + 1)} &\times \frac{\sqrt{1 + \sqrt{1 - x^y}}}{\sqrt{1 + \sqrt{1 - x^y}}} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\sqrt{1 - 1 + x^y}}{yx \times \sqrt{1 + \sqrt{1 - x^y}}} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{|x|}{yx\sqrt{y}} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{|x|}{yx\sqrt{y}} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{-x}{yx\sqrt{y}} = -\frac{1}{y\sqrt{y}} = -\frac{\sqrt{y}}{y} \end{aligned}$$

قلمچی ریاضی و فیزیک سوم آزمون شماره ۱۵ ۱۳۹۶

باتوجه به اینکه حد مخرج کسر وقتی $x \rightarrow a$ برابر صفر است، صورت کسر نیز باید در $x = a$ دارای حد صفر باشد:

$$x + y = \sqrt{x + \lambda} \Rightarrow x^y + yx + y = x + \lambda$$

$$\Rightarrow x^y + yx - y = 0 \Rightarrow (x + y)(x - 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -y \end{cases} \text{ غ.ق.ق}$$

پس باید $a = 1$ و حد کسر وقتی $x \rightarrow 1$ را محاسبه کنیم تا b به دست آید:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{x + y - \sqrt{x + \lambda}}{yx^y + x - y} \times \frac{(x + y) + \sqrt{x + \lambda}}{(x + y) + \sqrt{x + \lambda}} \right) &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x + y)^y - (x + \lambda)}{(yx^y + x - y)(y + y)} \\ &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^y + yx - y}{y(yx^y + x - y)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x - 1)(x + y)}{y(x - 1)(yx + y)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x + y}{y(yx + y)} = \frac{5}{6 \times 5} = \frac{1}{6} \end{aligned}$$

پس $b = \frac{1}{6}$ و $a = 1$ ، در نتیجه: $\frac{a}{b} = 6$

قلمچی ریاضی و فیزیک چهارم آزمون شماره ۱۸ ۱۳۹۵

$$\begin{aligned}\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{x \left(\sqrt[3]{0^-} + \sqrt[3]{x} \left[\frac{1}{x} \right] \right)}{\cos \sqrt[3]{x} - 1} &= \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{x \left(-\sqrt[3]{2} + \sqrt[3]{x} \left[\frac{1}{x} \right] \right)}{-\sqrt[3]{2} \sin \sqrt[3]{x}} \\&= \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{x \left(-\sqrt[3]{2} + \sqrt[3]{x} \left[\frac{1}{x} \right] \right)}{-\sqrt[3]{2} x^{\sqrt[3]{2}}} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{-\sqrt[3]{2} + \sqrt[3]{x} \left[\frac{1}{x} \right]}{-\sqrt[3]{2}} \\&= \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{-\sqrt[3]{2}}{-\sqrt[3]{2}} + \frac{\sqrt[3]{x} \left[\frac{1}{x} \right]}{-\sqrt[3]{2}} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{1}{x} - \left[\frac{1}{x} \right] \Rightarrow \text{حد ندارد}\end{aligned}$$

نکته: توابع متناوب $u - [u]$ وقتی u به سمت بی‌نهایت میل می‌کند، حد ندارند.

قلمچی ریاضی و فیزیک چهارم آزمون شماره ۶ ۱۳۹۷

$$\left(\frac{x}{x-1} \right) \xrightarrow{x \rightarrow 1^-} \left(\frac{x}{x-1} \rightarrow -\infty \right)$$

$$\begin{aligned}\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{|\tan \pi x|}{x^{\sqrt[3]{2}} - 1} &= \frac{0}{0} \xrightarrow{\text{تعیین علامت}} \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{-\tan \pi x}{x^{\sqrt[3]{2}} - 1} \\&= \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{-\tan(\pi x - \pi)}{(x-1)(x+1)} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{-\pi(x-1)}{(x-1)(x+1)} = -\frac{\pi}{2}\end{aligned}$$

قلمچی ریاضی و فیزیک چهارم آزمون شماره ۱۳ ۱۳۹۷

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{3x-2}-1}{\sqrt[3]{3x+5}-2} = \frac{0}{0}$$

$$\begin{aligned}\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{3x-2}-1}{\sqrt[3]{3x+5}-2} &\times \frac{\sqrt[3]{(3x+5)^2} + 2\sqrt[3]{3x+5} + 4}{\sqrt[3]{(3x+5)^2} + 2\sqrt[3]{3x+5} + 4} \times \frac{\sqrt[3]{3x-2}+1}{\sqrt[3]{3x-2}+1} \\&= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{(3x+5)^2} + 2\sqrt[3]{3x+5} + 4}{\sqrt[3]{3x-2}+1} = \frac{12}{2} = 6\end{aligned}$$

قلمچی ریاضی و فیزیک دوازدهم آزمون شماره ۶ تابستان ۱۳۹۸

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{b - x^2}{1 - \sqrt{x}} \xrightarrow{x=1} \frac{b-1}{0}$$

از آنجا که جواب حد باید عدد صحیح k شود، پس صورت کسر چاره‌ای به جز صفر شدن ندارد! (در غیر این صورت، جواب حد، نامتناهی خواهد بود)

$$\Rightarrow b - 1 = 0 \Rightarrow b = 1$$

حال که صورت و مخرج صفر شد، باید رفع ابهام کنیم:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1 - x^2}{1 - \sqrt{x}} \times \frac{1 + \sqrt{x}}{1 + \sqrt{x}} &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(1 - x^2)(1 + \sqrt{x})}{1 - x} \\ &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\cancel{(1-x)}(1+x)(1+\sqrt{x})}{\cancel{1-x}} = 2 \times 2 = 4 \end{aligned}$$

پس $k = 4$ بوده است و داریم:

$$b - k = 1 - 4 = -3$$

قلمچی علوم تجربی دوازدهم آزمون شماره ۶ ۱۳۹۸

تابع در $x = 2$ نامتناهی می‌شود، پس $x = 2$ ریشهٔ مخرج است. از طرفی تابع در $x = 3$ حد دارد ولی مقدار ندارد، پس $x = 3$ هم ریشهٔ صورت و هم ریشهٔ مخرج است. مخرج کسر به صورت $x^2 - 5x + 6 = (x-2)(x-3)$ می‌باشد، پس $c = -5$ و $d = 6$.

$$2x^2 + ax + b = 0 \xrightarrow{x=3} 18 + 3a + b = 0 \Rightarrow 3a + b = -18 \quad (1)$$

حاصل حد در $x = 3$ برابر ۷ است. برای محاسبهٔ حد باید صورت و مخرج را بر $(x-3)$ تقسیم کنیم.

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{2x^2 + ax + b}{(x-2)(x-3)} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{2x + 6 + a}{x-2} = 7 \Rightarrow \frac{12 + a}{1} = 7$$

$$\Rightarrow a = -5 \xrightarrow{(1)} 3a + b = -18 \Rightarrow b = -3$$

$$ab + cd = (-3)(-5) + (-5)(6) = 15 - 30 = -15$$

قلمچی علوم تجربی دوازدهم آزمون شماره ۶ ۱۳۹۸

باید $0^+ \rightarrow 1 + x$ میل کند؛ پس $(-1)^+ \rightarrow x$ میل می‌کند.

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) &= \lim_{x \rightarrow (-1)^+} f(x+1) = \lim_{x \rightarrow (-1)^+} \frac{1}{x^2 - 1} = \frac{1}{((-1)^+)^2 - 1} \\ &= \frac{1}{1 - 1} = \frac{1}{0^-} = -\infty \end{aligned}$$

قلمچی علوم تجربی چهارم آزمون شماره ۹ ۱۳۹۶

چون حد مخرج در $x = 1$ برابر صفر می‌باشد و حاصل حد عددی حقیقی است، باید حد صورت نیز در $x = 1$ برابر صفر باشد:

$$\lim_{x \rightarrow 1} (\sqrt{x+a} - 2) = 0 \Rightarrow \sqrt{1+a} = 2 \Rightarrow 1+a = 4 \Rightarrow a = 3$$

پس ضابطه تابع به صورت $f(x) = \frac{\sqrt{x+3} - 2}{x^2 - 1}$ است، در نتیجه حد تابع در $x = 1$ به صورت زیر به دست می‌آید (ابهام $\frac{0}{0}$ است، گویا می‌کنیم):

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{\sqrt{x+3} - 2}{x^2 - 1} \times \frac{\sqrt{x+3} + 2}{\sqrt{x+3} + 2} \right) &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x+3-4}{(x^2-1)(\sqrt{x+3}+2)} \\ &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{(x-1)(x+1)(\sqrt{x+3}+2)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{(x+1)(\sqrt{x+3}+2)} \\ &= \frac{1}{2(2+2)} = \frac{1}{8} \end{aligned}$$

قلمچی علوم تجربی چهارم آزمون شماره ۱۱۳۹۴

$$x \rightarrow 2^+ : x > 2 \Rightarrow -x < -2 \xrightarrow{+3} 3-x < 1 \Rightarrow \frac{1}{3-x} > 1 \xrightarrow{\times \pi} \frac{\pi}{3-x} > \pi$$

با فرض $(x \rightarrow 2^+ \Rightarrow t \rightarrow \pi^+)$ $t = \frac{\pi}{3-x}$ داریم:

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} \cot \frac{\pi}{3-x} = \lim_{t \rightarrow \pi^+} \cot t = \lim_{t \rightarrow \pi^+} \frac{\cos t}{\sin t} = \frac{\cos \pi^+}{\sin \pi^+} = \frac{-1}{0^-} = +\infty$$

قلمچی علوم تجربی چهارم آزمون شماره ۱۱۳۹۴

با فرض $n \in \mathbb{N}$ داریم:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^n + x^2 + 1}{3x^n - x^3 + 3} = \begin{cases} \frac{2}{3} & ; n > 3 \\ 1 & ; n = 3 \\ 0 & ; n < 3 \end{cases}$$

دقت کنید در حالتی که $n = 3$ است:

$$\text{حد} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^3 + x^2 + 1}{3x^3 - x^3 + 3} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^3}{2x^3} = 1$$

قلمچی علوم تجربی چهارم آزمون شماره ۱۱۳۹۴

$$x^2 - 2x + 1 = (x - 1)^2$$

بنابراین:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 1^-} \left(\frac{x}{\sqrt{(x-1)^2}} + \frac{2}{x^2 - 1} \right) &= \lim_{x \rightarrow 1^-} \left(\frac{x}{|x-1|} + \frac{2}{x^2 - 1} \right) \\ &= \lim_{x \rightarrow 1^-} \left(\frac{x}{-(x-1)} + \frac{2}{x^2 - 1} \right) = \infty - \infty \end{aligned}$$

برای رفع ابهام، مخرج مشترک می‌گیریم:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x(x+1) - 2}{-(x-1)(x+1)} &= \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x^2 + x - 2}{-(x-1)(x+1)} \\ &= \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{(x-1)(x+2)}{-(x-1)(x+1)} = \lim_{x \rightarrow 1^-} -\frac{x+2}{x+1} = -\frac{3}{2} \end{aligned}$$

قلمچی علوم تجربی چهارم آزمون شماره ۱۱ ۱۳۹۴

باتوجه به اینکه مخرج کسر برابر با صفر و حاصل حد برابر عدد است، پس می‌بایست $x = 0$ ، صورت کسر را نیز صفر کند و درنهایت پس از رفع ابهام $\frac{0}{0}$ حاصل حد برابر با $\frac{1}{2}$ شود.

$$\begin{aligned} \sqrt{a(0)} + b - 2 &= 0 \Rightarrow \sqrt{b} = 2 \Rightarrow b = 4 \\ \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{ax+4} - 2}{x} &= \frac{1}{2} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0} \frac{ax+4-4}{x(\sqrt{ax+4}+2)} = \frac{1}{2} \\ \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0} \frac{a}{\sqrt{ax+4}+2} &= \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{a}{4} = \frac{1}{2} \Rightarrow a = 2 \\ (a, b) &= (2, 4) \xrightarrow{\text{نقطه میانی}} \frac{2+4}{2} = 3 \end{aligned}$$

قلمچی ریاضی و فیزیک چهارم آزمون شماره ۱۳ ۱۳۹۵

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)^2}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt[3]{x}-1)} &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{\sqrt{x}-1} \times \frac{x-1}{\sqrt[3]{x}-1} \\ \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{\sqrt{x}-1} \times \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+1} \times \frac{x-1}{\sqrt[3]{x}-1} \times \frac{\sqrt[3]{x^2}+\sqrt[3]{x}+1}{\sqrt[3]{x^2}+\sqrt[3]{x}+1} \\ \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(\sqrt{x}+1)}{x-1} \times \frac{(x-1)(\sqrt[3]{x^2}+\sqrt[3]{x}+1)}{(x-1)} \\ \lim_{x \rightarrow 1} (\sqrt{x}+1)(\sqrt[3]{x^2}+\sqrt[3]{x}+1) &= 2 \times 3 = 6 \end{aligned}$$

قلمچی ریاضی و فیزیک چهارم آزمون شماره ۱۳ ۱۳۹۴

$$\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{x - 3} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x - 3)(x + 3)}{(x - 3)} = 6$$

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{f'(x) - f'(3)}{f''(x)} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{2 \times 6 - 2 \times 3}{6^2} = \frac{1}{6}$$

قلمچی علوم تجربی سوم آزمون شماره ۱۰ ۱۳۹۶

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{9x+1} - 3\sqrt{x-1}}{\sqrt{x+1} + \sqrt{4x+5}} \times \frac{\sqrt{9x+1} + 3\sqrt{x-1}}{\sqrt{9x+1} + 3\sqrt{x-1}} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(9x+1) - 9(x-1)}{(\sqrt{x} + \sqrt{4x})(\sqrt{9x} + 3\sqrt{x})}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{9x+1-9x+9}{(3\sqrt{x})(6\sqrt{x})} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{10}{18x} = 0$$

قلمچی علوم تجربی چهارم آزمون شماره ۱۴ ۱۳۹۵

چون حاصل حد، عدد غیرصفر است پس بیشترین توان صورت با بیشترین توان مخرج برابر است، حال داریم:

$$\begin{cases} m > 4 \Rightarrow m - 3 > 1 \\ n < 2 \Rightarrow -n + 3 > 1 \end{cases} \Rightarrow m - 3 = -n + 3 \Rightarrow m + n = 6 \quad (1)$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{n^2 x^{m-3}}{m x^{-n+3}} = 3 \Rightarrow \frac{n^2}{m} = 3 \Rightarrow m = \frac{n^2}{3} \quad (2)$$

$$(1), (2) \Rightarrow \frac{n^2}{3} + n = 6 \Rightarrow n^2 + 3n - 18 = 0 \Rightarrow (n + 6)(n - 3) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} n = -6 \xrightarrow{(1)} m = 12 \Rightarrow m - n = 18 \\ n = 3 \xrightarrow{(1)} m = 3 \end{cases} \text{ غ.ق.ق}$$

قلمچی علوم تجربی چهارم آزمون شماره ۱۴ ۱۳۹۵

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x - \overbrace{|x|}^x}{ax} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{ax} = \frac{1}{a} = 1 \Rightarrow a = 1$$

پس داریم:

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x - \sqrt{x^2 + x + 10}}{x - 2} = \frac{f - f}{0} = \frac{0}{0}$$

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x - \sqrt{x^2 + x + 10}}{x - 2} &\times \frac{2x + \sqrt{x^2 + x + 10}}{2x + \sqrt{x^2 + x + 10}} \\ &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{4x^2 - (x^2 + x + 10)}{(x - 2)(2x + \sqrt{x^2 + x + 10})} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x - 2)(3x + 5)}{(x - 2)(2x + \sqrt{x^2 + x + 10})} = \frac{11}{8} \end{aligned}$$

می‌توانیم برای محاسبه حد از قاعده هوییتال هم استفاده کنیم:

$$\xrightarrow{HOP} \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2 - \frac{2x + 1}{2\sqrt{x^2 + x + 10}}}{1} = 2 - \frac{5}{2 \times 4} = 2 - \frac{5}{8} = \frac{11}{8}$$

قلمچی علوم تجربی چهارم آزمون شماره ۱۴ ۱۳۹۵

وقتی $x \rightarrow \left(-\frac{\pi}{2}\right)^-$ عبارت $\sin x$ در ربع سوم با مقادیر بیشتر از -1 به -1 نزدیک می‌شود، بنابراین:

$$\lim_{x \rightarrow \left(-\frac{\pi}{2}\right)^-} \left(\frac{1 + x}{1 + \sin x} \right) = \frac{1 - \frac{\pi}{2}}{1 + (-1)^+} = \frac{\text{عدد منفی}}{0^+} = -\infty$$

قلمچی علوم تجربی چهارم آزمون شماره ۱۴ ۱۳۹۵

چون حاصل حد برابر عددی حقیقی و مخالف صفر است و حد صورت کسر $(x^3 - x^2 - 4x + 4)$ به ازای $x \rightarrow 1$ برابر صفر است، بنابراین حد مخرج کسر نیز به ازای $x \rightarrow 1$ می‌بایست برابر صفر باشد.

$$\begin{aligned} \xrightarrow{x=1} x^2 + ax - 2 &= (1)^2 + a(1) - 2 = 0 \Rightarrow a = 1 \\ \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^3 - x^2 - 4x + 4}{x^2 + x - 2} &= \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2(x - 1) - 4(x - 1)}{x^2 + x - 2} \\ &= \lim_{x \rightarrow -2} \frac{(x^2 - 4)(x - 1)}{(x + 2)(x - 1)} = \lim_{x \rightarrow -2} \frac{(x - 2)(x + 2)(x - 1)}{(x + 2)(x - 1)} = -4 \end{aligned}$$

قلمچی علوم تجربی سوم آزمون شماره ۱۱ ۱۳۹۶

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^2 - x - 2}{3 - \sqrt{x + 8}} &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x - 1)(3x + 2)}{3 - \sqrt{x + 8}} \times \frac{3 + \sqrt{x + 8}}{3 + \sqrt{x + 8}} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x - 1)(3x + 2)(3 + \sqrt{x + 8})}{9 - x - 8} \\ &= \lim_{x \rightarrow 1} -(3x + 2)(3 + \sqrt{x + 8}) = -5 \times 6 = -30 \end{aligned}$$

قلمچی علوم تجربی سوم آزمون شماره ۱۱ ۱۳۹۶

$$\begin{aligned}\lim_{x \rightarrow 1} f(x) &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + x - 2}{ax^3 - a} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x+2)(x-1)}{a(x^3-1)} \\ &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x+2)(x-1)}{a(x-1)(x^2+x+1)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x+2}{a(x^2+x+1)} = \frac{3}{3a} = \frac{1}{a} = 2\end{aligned}$$

بنابراین $a = \frac{1}{3}$ ، پس:

$$\begin{aligned}\lim_{x \rightarrow (-1)} f(x) &= \lim_{x \rightarrow (-1)} \frac{x^2 + x - 2}{ax^3 - a} = \frac{-2}{-2a} = \frac{1}{a} \\ a = \frac{1}{3} &\Rightarrow \frac{1}{a} = 3\end{aligned}$$

قلمچی علوم تجربی سوم آزمون شماره ۱۱ ۱۳۹۶

هنگامی که $x \rightarrow -2$ ، حد $2 - \sqrt{3x+10}$ برابر صفر است. چون حد تابع وقتی $x \rightarrow -2$ ، برابر عددی حقیقی و مخالف صفر می‌باشد، پس قطعاً حد صورت نیز وقتی $x \rightarrow -2$ ، برابر صفر است؛ داریم:

$$\begin{aligned}a(-2) + 4b &= 0 \Rightarrow 2a = 4b \Rightarrow a = 2b \\ \lim_{x \rightarrow -2} \frac{2bx + 4b}{2 - \sqrt{3x+10}} &= -4 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow -2} \frac{2b(x+2)}{2 - \sqrt{3x+10}} \times \frac{2 + \sqrt{3x+10}}{2 + \sqrt{3x+10}} = -4 \\ \Rightarrow \lim_{x \rightarrow -2} \frac{2b(x+2)(2 + \sqrt{3x+10})}{4 - (3x+10)} &= -4 \Rightarrow \frac{2b(4)}{-3} = -4 \Rightarrow b = \frac{3}{2} \\ \Rightarrow a &= 2\left(\frac{3}{2}\right) = 3 \\ a + b &= 3 + \frac{3}{2} = \frac{9}{2}\end{aligned}$$

قلمچی علوم تجربی سوم آزمون شماره ۱۱ ۱۳۹۶

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{x-2}{\cos 2x+1} = \frac{\frac{\pi}{2}-2}{0^+} = \frac{\text{عدد منفی}}{0^+} = -\infty$$

دقت کنید که چون $1 \leq \cos 2x \leq -1$ ؛ بنابراین:

$$0 \leq \cos 2x + 1 \leq 2$$

و در نتیجه وقتی $x \rightarrow \frac{\pi}{2}$ ، آنگاه:

$$(1 + \cos 2x) \rightarrow 0^+$$

قلمچی علوم تجربی چهارم آزمون شماره ۱۴ ۱۳۹۶

$$\begin{aligned}
& \lim_{x \rightarrow (\frac{1}{2})^+} \left(\frac{3}{|-2x^2 - x + 1|} - \frac{4}{4x^2 - 1} \right) \\
&= \lim_{x \rightarrow (\frac{1}{2})^+} \left(\frac{3}{|2x^2 + x - 1|} - \frac{4}{(2x - 1)(2x + 1)} \right) \\
&= \lim_{x \rightarrow (\frac{1}{2})^+} \left(\frac{3}{|(2x - 1)(x + 1)|} - \frac{4}{(2x - 1)(2x + 1)} \right) \\
&= \lim_{x \rightarrow (\frac{1}{2})^+} \frac{3(2x + 1) - 4(x + 1)}{(2x - 1)(x + 1)(2x + 1)} \\
&= \lim_{x \rightarrow (\frac{1}{2})^+} \frac{6x + 3 - 4x - 4}{(2x - 1)(x + 1)(2x + 1)} \\
&= \lim_{x \rightarrow (\frac{1}{2})^+} \frac{2x - 1}{(2x - 1)(x + 1)(2x + 1)} = \frac{1}{\frac{3}{2} \times 2} = \frac{1}{3}
\end{aligned}$$

قلمچی علوم تجربی چهارم آزمون شماره ۱۴ ۱۳۹۶

دو حالت داریم:

۱) $n > 1$ باشد، در این حالت داریم:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{ax^n - 2x + 1}{2x - \sqrt{x^2} + 3} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{ax^n}{2x - |x|} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{ax^n}{3x}$$

چون $n > 1$ است؛ بنابراین حاصل حد بی‌نهایت می‌شود و هیچ‌گاه برابر عددی حقیقی نخواهد شد.

۲) $n = 1$ باشد، در این حالت داریم:

$$\begin{aligned}
\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{ax - 2x + 1}{2x - \sqrt{x^2} + 3} &= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{(a - 2)x}{2x - |x|} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{(a - 2)x}{3x} = \frac{a - 2}{3} = \frac{1 - a}{3} \\
\Rightarrow 2a = 3 &\Rightarrow a = \frac{3}{2} \Rightarrow a + n = \frac{3}{2} + 1 = \frac{5}{2} = 2.5
\end{aligned}$$

قلمچی علوم تجربی چهارم آزمون شماره ۱۴ ۱۳۹۶

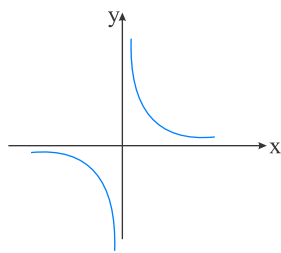
توجه کنید که صورت کسر داده‌شده، یعنی $(x + 1)(x - 1) -$ ، یک عامل $x - 1$ دارد، بنابراین مخرج کسر حداقل باید دو عامل $x - 1$ داشته باشد تا کسر در $x = 1$ دارای حد نامتناهی باشد، اما چون حد چپ و حد راست کسر در $x = 1$ هر دو $-\infty$ هستند، مخرج کسر باید سه عامل $x - 1$ داشته باشد، یعنی باید به‌صورت زیر باشد:

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1 - x^2}{x^3 + ax^2 + bx + c} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{-(x - 1)(x + 1)}{(x - 1)^3} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{-(x + 1)}{(x - 1)^2} = -\infty$$

بنابراین چندجمله‌ای مخرج کسر باید به‌صورت $x^3 - 3x^2 + 3x - 1$ باشد، که نتیجه می‌شود:

$$a = -3, b = 3, c = -1 \Rightarrow abc = 9$$

قلمچی ریاضی و فیزیک دوازدهم آزمون شماره ۶ ۱۳۹۹



می‌دانیم:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{x} = 0$$

باتوجه به نمودار مشخص است که:

$$x \rightarrow -\infty \Rightarrow \frac{1}{x} \rightarrow 0^- \Rightarrow \left[\frac{1}{x}\right] = -1$$

حال حد عبارت داده شده را ساده‌تر می‌کنیم:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x^3 \left[\frac{1}{x}\right] + 6x^2 - 1}{4x^2 - (1+n)x^m + 5} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-2x^3 + 6x^2 - 1}{4x^2 - (1+n)x^m + 5} = \frac{3}{2}$$

ازطرفی باتوجه به اینکه حاصل حد فوق برابر یک عدد حقیقی شده است، می‌توان نتیجه گرفت که درجه بزرگترین جمله عبارت صورت و مخرج باهم برابرند.

لذا $m = 3$ بوده و خواهیم داشت:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-2x^3 + 6x^2 - 1}{-(1+n)x^3 + 4x^2 + 5} = \frac{3}{2} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-2x^3}{-(1+n)x^3} = \frac{3}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{2}{(1+n)} = \frac{3}{2} \Rightarrow n = \frac{1}{3}$$

بنابراین: $mn = 1$

باقی‌مانده تقسیم چندجمله‌ای $f(x)$ بر $x - 5$ و $x - 4$ به ترتیب ۳ و ۵ است؛ بنابراین:

$$\left. \begin{aligned} x - 4 = 0 &\Rightarrow x = 4 \Rightarrow f(4) = 5 \\ x - 5 = 0 &\Rightarrow x = 5 \Rightarrow f(5) = 3 \end{aligned} \right\} (*)$$

برای محاسبه محل برخورد نمودار تابع $y = f(f(x)) + 2x$ و خط $x = 4$ باید در ضابطه تابع داده شده، x را برابر با ۴ قرار دهیم:

$$\begin{aligned} y &= f(f(x)) + 2x \xrightarrow{x=4} y = f(f(4)) + 2(4) \\ &\xrightarrow{(*)} y = f(5) + 8 \xrightarrow{(*)} y = 3 + 8 = 11 \end{aligned}$$

بنابراین تابع موردنظر خط $x = 4$ را در عرض ۱۱ قطع می‌کند.

قلمچی علوم تجربی دوازدهم آزمون شماره ۷ ۱۳۹۸

در همسایگی $x = 3$ ، صورت مقداری مثبت دارد و چون حاصل حد $+\infty$ شده است، باید مخرج نیز در همسایگی $x = 3$ مقداری مثبت داشته باشد و ازطرفی $x = 3$ ریشه آن باشد، پس $x = 3$ ریشه مضاعف آن است؛ درنتیجه:

$$\begin{aligned} (x - 3)^2 &= x^2 + ax + b + 1 \Rightarrow x^2 - 6x + 9 = x^2 + ax + b + 1 \\ \Rightarrow a &= -6, \quad b + 1 = 9 \Rightarrow b = 8 \Rightarrow a + b = -6 + 8 = 2 \end{aligned}$$

قلمچی ریاضی و فیزیک دوازدهم آزمون شماره ۷ ۱۳۹۸

توجه کنید که باقی‌مانده تقسیم $p(x)$ بر $x - 2$ و $x + 1$ به ترتیب برابر با $p(2)$ و $p(-1)$ است؛ پس:

$$\begin{aligned} \begin{cases} p(2) = 8 - 2a + 2b + 1 = 0 \Rightarrow 2a - 2b = 9 \\ p(-1) = -1 - a - b + 1 = 0 \Rightarrow a + b = 0 \end{cases} &\Rightarrow b = -\frac{9}{3}, \quad a = \frac{9}{3} \\ \Rightarrow p(x) &= x^3 - \frac{9}{3}x^2 - \frac{9}{3}x + 1 \end{aligned}$$

باقی‌مانده تقسیم $p(x)$ بر $2x - 1$ برابر با $p\left(\frac{1}{2}\right)$ است.

$$p\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{8} - \frac{9}{3}\left(\frac{1}{4}\right) - \frac{9}{3}\left(\frac{1}{2}\right) + 1 = 0$$

قلمچی ریاضی و فیزیک دوازدهم آزمون شماره ۷ ۱۳۹۸

صورت و مخرج عبارت داده شده به ازای $x = \frac{\pi}{4}$ صفر می شود، پس باید کسر رفع ابهام شود، یعنی صفر کننده های صورت و مخرج را باهم ساده کنیم. برای این کار باید صورت و مخرج کسر را در مزدوج رادیکالی صورت ضرب کنیم:

$$\begin{aligned} \frac{\sqrt{\tan x} - \sqrt{\frac{1}{\tan x}}}{\cos 2x} &= \frac{\sqrt{\tan x} - \sqrt{\frac{1}{\tan x}}}{\cos 2x} \times \frac{\sqrt{\tan x} + \sqrt{\frac{1}{\tan x}}}{\sqrt{\tan x} + \sqrt{\frac{1}{\tan x}}} \\ &= \frac{\tan x - \frac{1}{\tan x}}{\cos 2x(\sqrt{\tan x} + \sqrt{\frac{1}{\tan x}})} = \frac{\frac{\sin x}{\cos x} - \frac{\cos x}{\sin x}}{\cos 2x(\sqrt{\tan x} + \sqrt{\frac{1}{\tan x}})} \\ &= \frac{\sin^2 x - \cos^2 x}{\cos 2x(\sqrt{\tan x} + \sqrt{\frac{1}{\tan x}})(\cos x \cdot \sin x)} \end{aligned}$$

با جایگذاری رابطه $\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$ ، کسر بالا به صورت زیر ساده می شود:

$$\frac{-1}{(\sqrt{\tan x} + \sqrt{\frac{1}{\tan x}})(\cos x \cdot \sin x)}$$

حال حد خواسته شده به صورت زیر به دست می آید:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\sqrt{\tan x} - \sqrt{\frac{1}{\tan x}}}{\cos 2x} &= \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{-1}{(\sqrt{\tan x} + \sqrt{\frac{1}{\tan x}})(\cos x \cdot \sin x)} \\ &= \frac{-1}{(\sqrt{\tan \frac{\pi}{4}} + \sqrt{\frac{1}{\tan \frac{\pi}{4}}})(\cos \frac{\pi}{4} \cdot \sin \frac{\pi}{4})} = \frac{-1}{(1+1)(\frac{\sqrt{2}}{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2})} = \frac{-1}{2 \times \frac{1}{2}} = -1 \end{aligned}$$

از آنجایی که حاصل حد عددی غیرصفر شده است؛ بنابراین باید درجه‌های صورت و مخرج باهم برابر باشند. لذا دو حالت امکان‌پذیر است:
حالت ۵: $n < ۵$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{|3a|x^5 - ax^n + 7x^2 - 2}{4x^5 + 1} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{|3a|x^5}{4x^5} = \frac{|3a|}{4} = 1$$

$$\Rightarrow |3a| = 4 \Rightarrow a = \pm \frac{4}{3}$$

حالت ۵: $n = ۵$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{|3a|x^5 - ax^5 + 7x^2 - 2}{4x^5 + 1} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(|3a| - a)x^5}{4x^5} = \frac{|3a| - a}{4} = 1$$

$$\Rightarrow |3a| = 4 + a \Rightarrow \begin{cases} 3a = 4 + a \Rightarrow a = 2 & \text{ق. ۱} \\ 3a = -4 - a \Rightarrow a = -1 & \text{ق. ۲} \end{cases}$$

بنابراین مجموع مقادیر ممکن برای a برابر است با:

$$\frac{4}{3} - \frac{4}{3} + 2 - 1 = 1$$

قلمچی علوم تجربی دوازدهم آزمون شماره ۶ ۱۳۹۸

$$\lim_{x \rightarrow -2^+} \frac{x+1}{x^2+ax+b} = \frac{-1}{0^+} = -\infty$$

$$\Rightarrow x^2 + ax + b = (x - (-2))^2 = (x+2)^2$$

$$\Rightarrow x^2 + ax + b = x^2 + 4x + 4 \Rightarrow \begin{cases} a = 4 \\ b = 4 \end{cases}$$

$$a + b = 8$$

قلمچی علوم تجربی سوم آزمون شماره ۱۴ ۱۳۹۶

طبق هم‌ارزی پرتوان از توان‌های کوچکتر در مقابل توان‌های بزرگتر باید صرف‌نظر کنیم.

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{-4x+1} + \sqrt[3]{x}}{\sqrt{-2x-2} - \sqrt[3]{x}} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{-4x+1}}{\sqrt{-2x-2}} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{-4x}}{\sqrt{-2x}} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt{\frac{-4x}{-2x}} = \sqrt{2}$$

قلمچی علوم تجربی سوم آزمون شماره ۱۴ ۱۳۹۶

می‌دانیم وقتی $x \rightarrow (-1)^-$ می‌رود $(-x)$ به (1^+) میل می‌کند. ازطرفی $|x|$ در $(-1)^-$ با علامت منفی از داخل قدر مطلق بیرون می‌آید؛ همچنین عبارت داخل قدر مطلق $|x^2 - 1|$ نیز مقداری مثبت می‌شود.

$$\lim_{x \rightarrow (-1)^-} \frac{x^2 - 1}{-x - [1^+]} = \lim_{x \rightarrow (-1)^-} \frac{x^2 - 1}{-x - 1} = \lim_{x \rightarrow (-1)^-} \frac{(x-1)(x+1)}{-(x+1)} = \frac{-1-1}{-1} = 2$$

قلمچی ریاضی و فیزیک سوم آزمون شماره ۱۴ ۱۳۹۶

چون حاصل حد عددی حقیقی و غیر صفر است، بنابراین باید درجه صورت و مخرج یکسان باشد. درنتیجه صورت نیز باید از درجه دوم باشد، پس ضریب x^3 باید صفر باشد:

$$a + 2 = 0 \Rightarrow a = -2$$

حال حد را بازنویسی می‌کنیم:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{bx^2 - 1}{-2x^2 + 1} = 2 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{bx^2}{-2x^2} = 2 \Rightarrow \frac{b}{-2} = 2 \Rightarrow b = -4$$

درنتیجه:

$$a - b = -2 - (-4) = 2$$

قلمچی علوم تجربی دوازدهم آزمون شماره ۷ ۱۳۹۸